

Fattorizzazione LU senza pivoting

Enrico Bertolazzi

```
> with(LinearAlgebra) :
```

Matrice da fattorizzare

```
> A := <<1,2,3,4>|<2,0,2,0>|<1,0,0,0>|<3,3,0,1>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(1.1)

Prima matrice di Frobenius

```
> L1 := <<1,-2,-3,-4>|<0,1,0,0>|<0,0,1,0>|<0,0,0,1>>;
```

$$L1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2.1)

```
> # effetto della moltiplicazione  
L1.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -2 & -3 \\ 0 & -4 & -3 & -9 \\ 0 & -8 & -4 & -11 \end{bmatrix}$$

(2.2)

Seconda matrice di Frobenius

```
> L2 := <<1,0,0,0>|<0,1,-1,-2>|<0,0,1,0>|<0,0,0,1>>;
```

$$L2 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3.1)

```
> # effetto della moltiplicazione  
L2.L1.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Terza matrice di Frobenius

> L3 := <<1,0,0,0>|<0,1,0,0>|<0,0,1,0>|<0,0,0,1>>;

$$L3 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

> #Effetto della moltiplicazione
L3.L2.L1.A ;

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Fattorizzazione LU

> U := L3.L2.L1.A ;
L := (L3.L2.L1)^(-1);

$$U := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$L := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> L.U, A;

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$