

# Fattorizzazione LU con pivoting parziale

Enrico Bertolazzi

```
> with(LinearAlgebra) :
```

## Matrice da fattorizzare

```
> A := <<0,1,3>|<2,2,3>|<2,0,1>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(1.1)

## Prime matrici di scambio e di Frobenius

```
> # scambio la prima con la terza riga
```

```
S1 := <<0,0,1>|<0,1,0>|<1,0,0>> ;
```

$$S1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2.1)

```
> # effetto della moltiplicazione
```

```
S1.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

(2.2)

```
> L1 := <<1,-1/3,0>|<0,1,0>|<0,0,1>>;
```

$$L1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2.3)

```
> # effetto della moltiplicazione
```

```
L1.S1.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

(2.4)

## Seconde matrici di scambio e di Frobenius

```
> # scambio la seconda con la terza riga  
S2 := <<1,0,0>|<0,0,1>|<0,1,0>> ;
```

$$S2 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

```
> # effetto della moltiplicazione  
S2.L1.S1.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

```
> L2 := <<1,0,0>|<0,1,-1/2>|<0,0,1>>;
```

$$L2 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

```
> # effetto della moltiplicazione  
L2.S2.L1.S1.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

## Fattorizzazione LU

```
> U := L2.S2.L1.S1.A ;
```

$$U := \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

```
> # osserviamo che  
S2.S2 ;
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

```
> # inoltre vale l'identita`  
L2.S2.L1.S1 = L2.(S2.L1.S2).S2.S1 ;
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

(4.3)

```
> # quindi  
LL1 := S2.L1.S2 ;
```

$$LL1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4.4)

```
> # ponendo  
L := (L2.LL1)^(-1) ;  
P := S2.S1 ;
```

$$L := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

(4.5)

$$P := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> L.U=P.A ;
```

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(4.6)