

Interpolazione Polinomiale metodo di Newton

Enrico Bertolazzi

```
> # carica la libreria per l'algebra lineare  
with(LinearAlgebra) :  
> # definisco i dati del problema  
# N = numero di punti  
# X = coordinate x dei punti da interpolare  
# Y = coordinate y dei punti da interpolare  
N,X,Y := 4, <1,2,3,4>, <2,3,5,1> ;
```

$$N, X, Y := 4, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Primo Polinomio

```
> # primo polinomio di Newton  
Q1 := Y[1] ;  
 $Q1 := 2$  (1.1)
```

Secondo Polinomio

```
> # costruzione del secondo polinomio  
Q2 := Q1 + C2 * (x-X[1]) ;  
 $Q2 := 2 + C2(x - 1)$  (2.1)
```

```
> # condizione per il passaggio  
# per il punto (X[2],Y[2])  
EQ2 := subs(x=X[2],Q2)=Y[2] ;  
 $EQ2 := 2 + C2 = 3$  (2.2)
```

```
> # risolvo la condizione EQ2  
R2 := solve(EQ2,{C2});  
 $R2 := \{C2 = 1\}$  (2.3)
```

```
> # calcolo il valore effettivo di Q2  
Q2 := subs(R2,Q2) ;  
 $Q2 := 1 + x$  (2.4)
```

Terzo polinomio

```
> # costruzione del terzo polinomio
Q3 := Q2 + C3 * (x-X[1]) * (x-X[2]) ;
      Q3 := 1 + x + C3 (x - 1) (x - 2) (3.1)
```

```
> # condizione per il passaggio
# per il punto (X[3],Y[3])
EQ3 := subs(x=X[3],Q3)=Y[3] ;
      EQ3 := 4 + 2 C3 = 5 (3.2)
```

```
> # risolvo la condizione EQ3
R3 := solve(EQ3,{C3});
      R3 := { C3 = 1/2 } (3.3)
```

```
> # calcolo il valore effettivo di Q3
Q3 := subs(R3,Q3) ;
      Q3 := 1 + x + 1/2 (x - 1) (x - 2) (3.4)
```

```
> # semplifico Q3
Q3 := simplify(Q3) ;
      Q3 := 2 - 1/2 x + 1/2 x^2 (3.5)
```

Quarto polinomio

```
> # costruzione del terzo polinomio
Q4 := Q3 + C4 * (x-X[1]) * (x-X[2]) * (x-X[3]) ;
      Q4 := 2 - 1/2 x + 1/2 x^2 + C4 (x - 1) (x - 2) (x - 3) (4.1)
```

```
> # condizione per il passaggio
# per il punto (X[4],Y[4])
EQ4 := subs(x=X[4],Q4)=Y[4] ;
      EQ4 := 8 + 6 C4 = 1 (4.2)
```

```
> # risolvo la condizione EQ4
R4 := solve(EQ4,{C4});
      R4 := { C4 = -7/6 } (4.3)
```

```
> # calcolo il valore effettivo di Q3
Q4 := subs(R4,Q4) ;
      Q4 := 2 - 1/2 x + 1/2 x^2 - 7/6 (x - 1) (x - 2) (x - 3) (4.4)
```

```
> # semplifico Q4
Q4 := simplify(Q4) ;
```

$$Q_4 := 9 - \frac{40}{3}x + \frac{15}{2}x^2 - \frac{7}{6}x^3 \quad (4.5)$$

Stampa dei risultati

```
> with(plots) :  
> # punti di interpolazione  
A := plot([seq([X[i],Y[i]],i=1..N)],  
          style=POINT,  
          symbolsize=50,  
          color=blue) :  
> # plottaggio dei polinomi Qk  
B := plot([Q1,Q2,Q3,Q4],x=0..5,thickness=2) :  
> display({A,B}) ;
```

