

## Lezione 5 (parte seconda)

Enrico Bertolazzi

```
> restart:
with(plots) :
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
> # funzione da integrare su [0,5]
```

```
f := x -> x*cos(x)/(1+x^2) ;
```

$$f := x \rightarrow \frac{x \cos(x)}{1 + x^2} \quad (1)$$

```
> # calcolo la derivata seconda e quarta
```

```
ddf := simplify((D@@2)(f)) :
ddddf := simplify((D@@4)(f)) :
```

```
> # esamino la derivata seconda
```

```
ddf(x) ;
```

$$-\frac{2 \sin(x)}{1 + x^2} - \frac{6 \cos(x) x}{(1 + x^2)^2} - \frac{x \cos(x)}{1 + x^2} + \frac{4 x^2 \sin(x)}{(1 + x^2)^2} + \frac{8 x^3 \cos(x)}{(1 + x^2)^3} \quad (2)$$

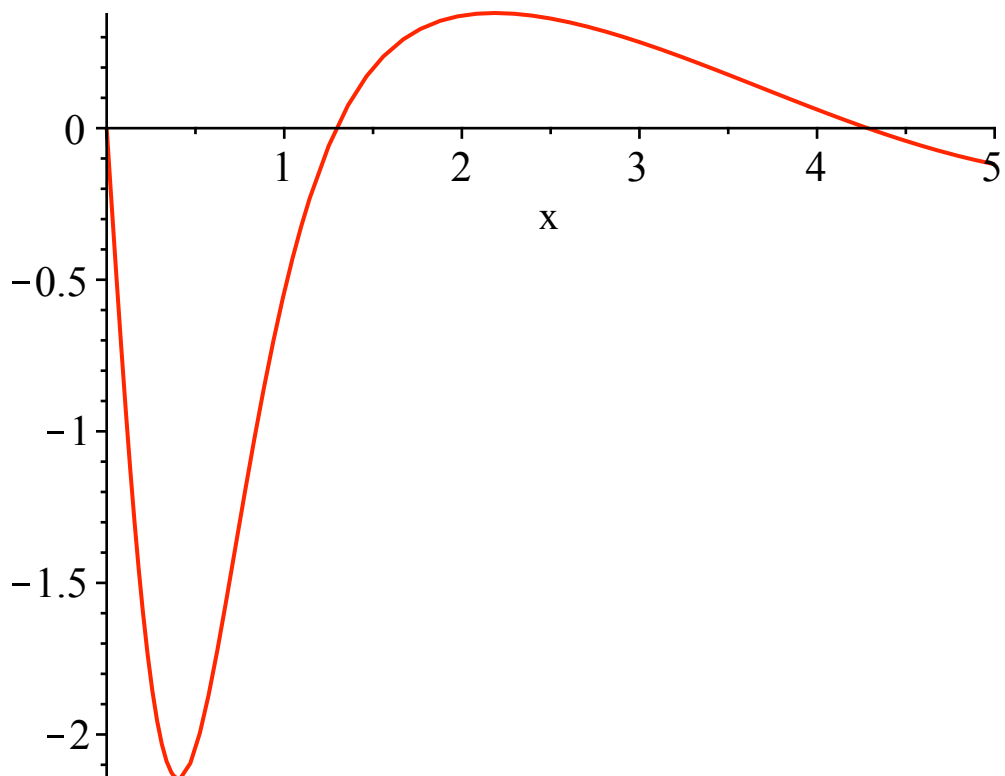
```
> # stimo il massimo modulo della derivata
# seconda nell'intervallo [0.5]
```

```
M := 2 + 6*5 + 5 + 4*5^2 + 8*5^3 ;
```

$$M := 1137 \quad (3)$$

```
> # plot della derivata seconda per controllare la stima
```

```
plot(ddf(x),x=0..5) ;
```



> # errore massimo ammesso

`epsi := 10(-10) ;`

$$epsi := \frac{1}{10000000000} \quad (4)$$

> # condizione della stima dell'errore  
# per il metodo dei trapezi

`COND := (5-0)3/(12*n2) * M <= epsi ;`

$$COND := \frac{47375}{4} \frac{1}{n^2} \leq \frac{1}{10000000000} \quad (5)$$

> # stima degli intervalli per il metodo dei trapezi

`RES := isolate(COND,n2) ;`

`RES1 := sqrt(rhs(RES)) ;`

`evalf(RES1) ;`

$$RES := n^2 = 11843750000000 \quad (6)$$

$$RES1 := 250000 \sqrt{1895}$$

$$1.088289943 \cdot 10^7$$

> # esamino la derivata quarta

`ddddf(x) ;`

$$\begin{aligned} & \frac{4 \sin(x)}{1+x^2} + \frac{36 \cos(x) x}{(1+x^2)^2} - \frac{192 \sin(x) x^2}{(1+x^2)^3} + \frac{24 \sin(x)}{(1+x^2)^2} - \frac{480 \cos(x) x^3}{(1+x^2)^4} \\ & + \frac{120 \cos(x) x}{(1+x^2)^3} + \frac{x \cos(x)}{1+x^2} - \frac{8 x^2 \sin(x)}{(1+x^2)^2} - \frac{48 x^3 \cos(x)}{(1+x^2)^3} + \frac{192 x^4 \sin(x)}{(1+x^2)^4} \\ & + \frac{384 x^5 \cos(x)}{(1+x^2)^5} \end{aligned} \quad (7)$$

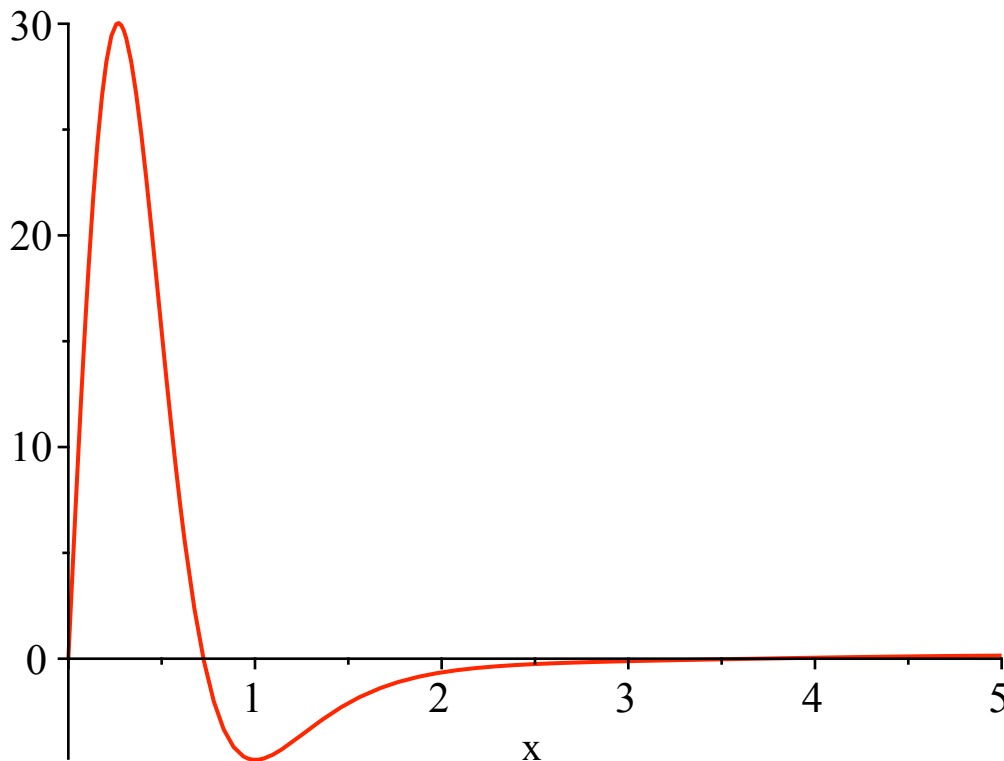
> # stimo il massimo modulo della derivata  
# quarta nell'intervallo [0.5]

```
M := 4 + 36*5 + 192*5^2 + 24+480*5^3+120*5+5+8*5^2 + 48*5^3 +192*5^4+384*5^5 ;
```

$M := 1391813$  (8)

> # plot della derivata seconda per controllare la stima

```
plot(ddddf(x),x=0..5) ;
```



> # condizione della stima dell'errore  
# per il metodo di Simpson

```
COND := (5-0)^5/(180*n^4) * M <= epsi ;
```

(9)

$$COND := \frac{869883125}{36} \frac{1}{n^4} \leq \frac{1}{10000000000} \quad (9)$$

> # stima degli intervalli per il metodo di Simpson

```
RES := isolate(COND,n^4) ;
RES1 := rhs(RES)^(1/4) ;
evalf(RES1) ;
```

$$RES := n^4 = \frac{2174707812500000000}{9} \quad (10)$$

$$RES1 := \frac{1}{9} 2174707812500000000^{1/4} 9^{3/4}$$

22171.22051