

**Calcolo Numerico** - Prova d'esame del 10/10/2003

Cognome  nome  matricola

- I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.
- Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono SEMPRE in radianti.
- Il logaritmo è sempre quello naturale.
- Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile qualora il candidato svolga ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

**Esercizio 1: (12)** Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 3x + 7y + 4z = 25 \\ 4x + 10y + 2z = 34 \\ 6x + 6y + 6z = 12 \\ 2x + 12y + 12z = 72 \end{cases}$$

calcolare:

1. La decomposizione LU con pivoting della matrice del sistema e il vettore della permutazione.
2. La soluzione del sistema lineare tramite la decomposizione LU precedentemente calcolata.
3. La soluzione del sistema lineare con la stessa matrice dei coefficienti e come termine noto il vettore  $\mathbf{b} = [3, 8, 12, 0]^T$

(1)	
(2)	(3)

**Esercizio 2: (7)** Data la seguente tabella di punti:

$x$	$2$	$1$	$0$	$2$	$3$
$y$	$15$	$0$	$1$	$15$	$80$

1. Calcolare il polinomio interpolante con il metodo delle differenze divise di Newton.
2. Scrivere i polinomi  $w_k(x) = \prod_{i=1}^{k-1} (x - x_i)$  per la costruzione del polinomio interpolante
3. Scrivere la tabella delle differenze divise.

(1)	(2)												
<p>(3)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding: 5px;"><math>x</math></th> <th style="text-align: left; padding: 5px;"><math>f(x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{2}</math></td> <td style="padding: 5px;">15</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{1}</math></td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{1}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">15</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">80</td> </tr> </tbody> </table>		$x$	$f(x)$	$\sqrt{2}$	15	$\sqrt{1}$	0	0	$\sqrt{1}$	2	15	3	80
$x$	$f(x)$												
$\sqrt{2}$	15												
$\sqrt{1}$	0												
0	$\sqrt{1}$												
2	15												
3	80												

**Esercizio 3: (9)** Dato il seguente integrale:

$$\int_a^b f(x) dx \text{ dove } a = 0, b = 2, f(x) = (1 + x^2) \cos(x/2)$$

calcolare:

1. La stima del modulo della derivata seconda di  $f(x)$ .
2. Il numero di intervalli affinché l'errore ottenuto con il metodo di **Simpson** sia inferiore a  $10^{-5}$ .
3. Il valore dell'integrale calcolato con il metodo di **Simpson** e 6 intervalli.

(1)	
(2)	(3)

**Esercizio 4: (10)** Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases}
 4x + y + z = 1 \\
 x + 2y + z = 1 \\
 x + y + 2z = 1
 \end{cases}$$

1. Scrivere lo schema di Gauss-Seidel per *questo particolare sistema*.
2. Calcolare due iterate dello schema a partire da  $x_0 = 2$ ,  $y_0 = 1$ ,  $z_0 = 2$ , e calcolare inoltre i **residui** nelle norme  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$  e  $\|\cdot\|_\infty$ .
3. Stimare il raggio spettrale della matrice di iterazione e dire se lo schema converge.

(1)
(2)
(3)