

Calcolo Numerico

Prova d'esame del 07/01/2004

Cognome nome matricola

- I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.
- Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono **SEMPRE** in radianti.
- Il logaritmo è sempre quello naturale.
- Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile qualora il candidato svolga ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

Esercizio 1: (6) Data la funzione $f(x) = x - \exp(-x)$

1. Scrivere lo schema di Newton-Raphson per questa particolare funzione.
2. Scrivere lo schema delle secanti per questa particolare funzione.
3. Calcolare tre iterate dello schema di Newton-Raphson a partire da $x_0 = 1$.
4. Calcolare due iterate dello schema delle a partire da $x_0 = 0, x_1 = 2$.

(1)	
(2)	
(3)	(4)

Esercizio 2: (7) Data la seguente tabella di punti: $\frac{x}{y} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline -1 & 1 & -2 & 2 & -3 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 2 & 7 \\ \hline \end{array}$

1. Calcolare il polinomio interpolante con il metodo delle differenze divise di Newton.
2. Scrivere i polinomi $w_k(x)$ (o $N_k(x)$) per la costruzione del polinomio interpolante
3. Scrivere la tabella delle differenze divise.

(1)	(2)												
<p>(3)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding: 5px;">x</th> <th style="text-align: left; padding: 5px;">$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">7</td> </tr> </tbody> </table>		x	$f(x)$	-1	1	1	1	-2	2	2	2	-3	7
x	$f(x)$												
-1	1												
1	1												
-2	2												
2	2												
-3	7												

Esercizio 3: (8) Dato il seguente integrale:

$$\int_a^b f(x)dx \text{ dove } a = -2, b = 1, f(x) = \sin(3x) - x \cos(x)$$

calcolare:

1. La stima del modulo della derivata seconda di $f(x)$.
2. Il numero di intervalli affinché l'errore ottenuto con il metodo dei **trapezi** sia inferiore a 10^{-3} .
3. Il valore dell'integrale calcolato con il metodo dei **trapezi** e 6 intervalli.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 4: (10) Data la seguente equazione differenziale:

$$\begin{cases} y'' + py' + qy = r \\ y(a) = y_a \quad y(b) = y_b \end{cases} \quad \text{dove } a = -2, b = 2 \text{ e } p(x) = x, q(x) = -2, r(x) = -4, y_a = -3, y_b = -3$$

1. Scrivere lo schema *alle differenze centrate* per questa particolare equazione.
2. Scrivere il sistema lineare risultante quando l'intervallo $[a, b]$ viene diviso in 4 parti.
3. risolvere il sistema lineare e scrivere la soluzione approssimata.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 5: (6) Data la seguente tabella di punti:

x	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	2	1
y	-1	-1	0	1	3	2	4	-2	3	1

1. Scrivere il sistema lineare associato al problema della approssimazione parabolica ai minimi quadrati.
2. Calcolare la parabola ai minimi quadrati

(1)

(2)