

Anno Accademico 2002/2003
Calcolo Numerico - Prova d'esame del 27/02/2004

cognome nome matricola

LEGGERE ATTENTAMENTE

NB: I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.

NB: Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono SEMPRE in radianti.

NB: Il logaritmo è sempre quello naturale.

Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile nel caso il candidato svolga perfettamente ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

Esercizio 1: (12) Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -\frac{9}{4} & 4 \\ -1 & -2 & 4 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

calcolare:

1. La decomposizione LU (con pivoting) e il vettore della permutazione.
2. Calcolare la soluzione del sistema lineare.
3. Calcolare la soluzione del sistema lineare con la stessa matrice dei coefficienti e come termine noto il vettore $\mathbf{b} = [-3/4, -9, 2, 7]^T$

(1)

(2)

(3)

Esercizio 2: (6) Data la seguente tabella di punti: $\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline y & 1 & 1 & 15 & 3 & 19 \end{array}$

1. Calcolare il polinomio interpolante con il metodo di Lagrange.
2. Scrivere i polinomi $L_k(x)$ per la costruzione del polinomio interpolante

(1)

(2)

Esercizio 3: (8) Dalla la seguente equazione differenziale:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(a) = y_a \end{cases} \quad \text{dove} \quad f(x, y) = x^2 - 2xy, \quad a = 1, \quad y_a = -1$$

1. Scrivere lo schema basato sullo sviluppo di Taylor fino al terzo ordine per questa particolare equazione.
2. Calcolare 3 passi del metodo con passo $h = 0.1$.

(1)

(2)

Esercizio 4: (10) Data la seguente tabella di punti:

x	0	1	2	3	4
y	1	2	9	28	65

1. Scrivere il sistema lineare per determinare la spline cubica $S(x)$ sapendo che $S''(x_0) = 0$ e $S''(x_4) = 16$.
2. Scrivere i polinomi cubici $S_k(x)$ che compongono la spline

(1)

(2)