

Anno Accademico 2003/2004
Calcolo Numerico - Prova d'esame del 22/06/2004

cognome nome matricola

LEGGERE ATTENTAMENTE

NB: I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.

NB: Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono SEMPRE in radianti.

NB: Il logaritmo è sempre quello naturale.

Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile nel caso il candidato svolga perfettamente ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

Esercizio 1: (6) Dato il seguente schema di avanzamento multistep:

y_0, y_1, y_2, y_3 assegnati, per $k=3,4,5,\dots$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24} (9f(x_{k+1}, y_{k+1}) + 19f(x_k, y_k) - 5f(x_{k-1}, y_{k-1}) + f(x_{k-2}, y_{k-2})),$$

determinare:

1. Se lo schema è stabile e dire il perché
2. Determinare l'ordine dello schema

(1)

(2)

Esercizio 2: (8) Dato il seguente integrale: $\int_{-1}^2 \sin(2x)(1-x) dx$ calcolare:

1. La stima del modulo della derivata quarta di $f(x)$.
2. Il numero di intervalli affinché l'errore ottenuto con il metodo di **simpson** sia $< 10^{-3}$.
3. Il valore dell'integrale calcolato con il metodo di **simpson** e 6 intervalli.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 3: (10) Data la seguente equazione differenziale:
$$\begin{cases} y'' + xy' - 3y = -4 \\ y(-2) = -3, \quad y(2) = 3 \end{cases}$$

1. Scrivere lo schema *upwind* per questa particolare equazione.
2. Scrivere il sistema lineare risultante quando l'intervallo $[a,b]$ viene diviso in 4 parti.
3. risolvere il sistema lineare e scrivere la soluzione approssimata.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 4: (12) Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 4 \\ -1 & -2 & 4 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

calcolare:

1. La decomposizione LU (con pivoting) e il vettore della permutazione.
2. Calcolare la soluzione del sistema lineare.
3. Calcolare la soluzione del sistema lineare con la stessa matrice dei coefficienti e come termine noto il vettore $\mathbf{b} = [-1, -3, 3, 2]^T$

(1)

(2)

(3)

Esercizio 5: (5) Dalla la seguente equazione differenziale:
$$\begin{cases} y' = x^2 - 2xy \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Scrivere lo schema basato sullo sviluppo di Taylor fino al terzo ordine per questa *particolare equazione*.

Esercizio 6: (10) Data la seguente tabella di punti:

x	0	1	2	3	4
y	1	2	9	28	65

3. Scrivere il sistema lineare per determinare la spline cubica $S(x)$ sapendo che $S''(x_0) = 0$ e $S''(x_4) = 24$.

4. Scrivere i polinomi cubici $S_k(x)$ che compongono la spline

(1)

(2)