

Anno Accademico 2003/2004
Calcolo Numerico
Prova d'esame del 26/07/2004

Cognome nome matricola

- I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.
- Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono **SEMPRE** in radianti.
- Il logaritmo è sempre quello naturale.
- Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile qualora il candidato svolga ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

Esercizio 1: (6) Data la funzione $f(x) = x^2 - x \cos 2x$

1. Scrivere lo schema di Newton-Raphson per questa particolare funzione.
2. Scrivere lo schema delle secanti per questa particolare funzione.
3. Calcolare tre iterate dello schema di Newton-Raphson a partire da $x_0 = 1$.
4. Calcolare due iterate dello schema delle a partire da $x_0 = 0, x_1 = 2$.

(1)	
(2)	
(3)	(4)

Esercizio 2: (7) Data la seguente tabella di punti: $\begin{array}{c|ccccc} x & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 18 & 1 & -16 & -129 & -434 \end{array}$

1. Calcolare il polinomio interpolante con il metodo delle differenze divise di Newton.
2. Scrivere i polinomi $w_k(x)$ (o $N_k(x)$) per la costruzione del polinomio interpolante
3. Scrivere la tabella delle differenze divise.

(1)	(2)
-----	-----

(3)	
x	$f(x)$
-1	18
0	1
1	-16
2	-129
3	-434

Esercizio 3: (8) Dato il seguente integrale:

$$\int_a^b f(x)dx \quad \text{dove } a = -2, b = 1, f(x) = \sin(3x) - x \cos(2x)$$

calcolare:

1. La stima del modulo della derivata seconda di $f(x)$.
2. Il numero di intervalli affinché l'errore ottenuto con il metodo dei **trapezi** sia inferiore a 10^{-3} .
3. Il valore dell'integrale calcolato con il metodo dei **trapezi** e 6 intervalli.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 4: (10) Data la seguente equazione differenziale:

$$\begin{cases} y'' + py' + qy = r \\ y(a) = y_a \quad y(b) = y_b \end{cases} \quad \text{dove } a = -2, b = 2 \text{ e } p(x) = x, q(x) = -2, r(x) = x - 4, y_a = -3, y_b = -3$$

1. Scrivere lo schema *alle differenze centrate* per questa particolare equazione.
2. Scrivere il sistema lineare risultante quando l'intervallo $[a, b]$ viene diviso in 4 parti.
3. risolvere il sistema lineare e scrivere la soluzione approssimata.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 5: (6) Data la seguente tabella di punti:

x	-2	-2	-1	0	1	2	2	3	2	1
y	-1	-1	0	1	3	2	4	-2	3	1

1. Scrivere il sistema lineare associato al problema della approssimazione parabolica ai minimi quadrati.
2. Calcolare la parabola ai minimi quadrati

(1)

(2)