

## Calcolo Numerico

Prova d'esame del 25/10/2004

Cognome  nome  matricola

- I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.
- Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono **SEMPRE** in radianti.
- Il logaritmo è sempre quello naturale.
- Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile qualora il candidato svolga ordinatamente e senza errori lo stesso.

**Letto e compreso**

**Firma:**.....

**Esercizio 1: (8)** Dato il seguente integrale:

$$\int_a^b f(x) dx \quad \text{dove} \quad a = -1, \quad b = 2, \quad f(x) = -2x \sin(x^2)$$

calcolare:

1. La stima del modulo della derivata **quarta** di  $f(x)$ .
2. Il numero di intervalli affinché l'errore ottenuto col metodo di **Simpson** sia inferiore a 0.001.
3. Il valore dell'integrale calcolato con il metodo di **Simpson** e 6 intervalli.

(1)		
(2)		(3)

**Esercizio 2: (7)** Data la seguente tabella di punti:

$x$	-2	0	1	2	5
$y$	2	0	2	-2	-110

1. Calcolare il polinomio interpolante con il metodo delle **differenze divise di Newton**.
2. Scrivere i polinomi  $w_k(x)$  (o  $N_k(x)$ ) per la costruzione del polinomio interpolante
3. Scrivere la tabella delle differenze divise.

(1)

(2)

(3)

$x$	$f(x)$
-----	--------

-2	2
----	---

0	0
---	---

1	2
---	---

2	-2
---	----

5	-110
---	------

**Esercizio 3: (10)** Data la seguente equazione differenziale: 
$$\begin{cases} y'' + (1 - x^2)y' - y = x - 4 \\ y(-2) = 0, \quad y(2) = 14 \end{cases}$$

1. Scrivere lo schema **alle differenze centrate** per questa particolare equazione.
2. Scrivere il sistema lineare risultante quando l'intervallo  $[a,b]$  viene diviso in 4 parti.
3. risolvere il sistema lineare e scrivere la soluzione approssimata.

(1)

(2)

(3)

**Esercizio 4: (10)** Data la seguente tabella di punti:

$x$	-1	0	1	2	3
$y$	0	0	0	6	24

1. Scrivere il sistema lineare per determinare la spline cubica  $S(x)$  sapendo che  $S''(-1) = -6$  e  $S''(3) = 24$ .
2. Scrivere i polinomi cubici  $S_k(x)$  che compongono la spline

(1)

(2)

