

Calcolo Numerico

Prova d'esame del 11/01/2005

Cognome nome matricola

- I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.
- Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono **SEMPRE** in radianti.
- Il logaritmo è sempre quello naturale.
- Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile qualora il candidato svolga ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

Esercizio 1: (8) dato il seguente integrale $\int_a^b f(x)dx$ dove

$$f(x) = \sin(x) - x \exp(-2x) \quad a=1 \quad e \quad b=2$$

calcolare:

1. La stima del modulo della derivata quarta di $f(x)$.
2. Il numero di intervalli affinché l'errore ottenuto con il metodo di **simpson** sia $< 10^{-5}$.
3. Il valore dell'integrale calcolato con il metodo di **simpson** e 8 intervalli.

(1)	
(2)	(3)

Esercizio 2: (12) Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 8 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -31 \\ -6 \end{bmatrix}$$

calcolare:

1. La decomposizione LU (con pivoting) e il vettore della permutazione.
2. Calcolare la soluzione del sistema lineare.
3. Calcolare la soluzione del sistema lineare con la stessa matrice dei coefficienti e come termine noto il vettore $\mathbf{b} = [60, 1, -79, -38]^T$

(1)

(2)

(3)

Esercizio 3: (8) Dalla la seguente equazione differenziale:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(a) = y_a \end{cases} \quad \text{dove} \quad f(x, y) = xy - \exp(y), \quad a = 1, \quad y_a = -1$$

1. Scrivere lo schema basato sullo sviluppo di Taylor fino al terzo ordine per questa *particolare equazione*.
2. Calcolare 3 passi del metodo con passo $h = 0.1$.

(1)

(2)

Esercizio 4: (10) Data la seguente tabella di punti: $\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$

1. Scrivere il sistema lineare per determinare la spline cubica $S(x)$ sapendo che $S''(x_0) = -1$ e $S''(x_4) = -1$.
2. Scrivere i polinomi cubici $S_k(x)$ che compongono la spline.

(1)

(2)