

Calcolo Numerico

Prova d'esame del 25/02/2005

Cognome

nome

matricola

- I calcoli in tutti gli esercizi vanno eseguiti con almeno 4 cifre decimali.
- Gli angoli delle funzioni trigonometriche sono SEMPRE in radianti.
- Il logaritmo è sempre quello naturale.
- Per ogni esercizio è segnato il punteggio massimo raggiungibile qualora il candidato svolga ordinatamente e senza errori lo stesso.

Letto e compreso

Firma:.....

Esercizio 1: (8) Data la seguente tabella di punti:

x	-2	-2	-1	0	1	2	3	1
y	-23	-23	-2	1	10	49	142	10

1. Scrivere il sistema lineare associato al problema della approssimazione cubica ai minimi quadrati.
2. Calcolare la cubica ai minimi quadrati

(1)

(2)

Esercizio 2: (7) Data la seguente tabella di punti: $\frac{x}{y} \begin{array}{c|ccccc} -2 & 0 & 1 & 2 & 5 \\ \hline -26 & 0 & -5 & -22 & -145 \end{array}$

1. Calcolare il polinomio interpolante con il metodo delle differenze divise di Newton.
2. Scrivere i polinomi $w_k(x)$ (o $N_k(x)$) per la costruzione del polinomio interpolante
3. Scrivere la tabella delle differenze divise.

(1)	(2)												
<p>(3)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding: 5px;">x</th> <th style="text-align: left; padding: 5px;">f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-26</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">-22</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">-145</td> </tr> </tbody> </table>		x	f(x)	-2	-26	0	0	1	-5	2	-22	5	-145
x	f(x)												
-2	-26												
0	0												
1	-5												
2	-22												
5	-145												

Esercizio 3: (10) Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Scrivere lo schema di Gauss-Seidel per *questo particolare sistema*.
2. Calcolare due iterate dello schema a partire da $x_0 = 2$, $y_0 = 1$, $z_0 = 2$, e calcolare inoltre i **residui** nelle norme $\|\bullet\|_1$, $\|\bullet\|_2$ e $\|\bullet\|_\infty$.
3. Stimare il raggio spettrale della matrice di iterazione e dire se lo schema converge.

(1)

(2)

(3)

Esercizio 4: (10) Data la seguente equazione differenziale:
$$\begin{cases} y'' + (1 - 2x^2)y' - x^2y = x - 4 \\ y(-2) = 0, \quad y(2) = 14 \end{cases}$$

1. Scrivere lo schema *upwind* per questa particolare equazione.
2. Scrivere il sistema lineare risultante quando l'intervallo $[a,b]$ viene diviso in 4 parti.
3. risolvere il sistema lineare e scrivere la soluzione approssimata.

(1)

(2)

(3)