COGNOME ____________ NOME ____________ N. Matricola ____________

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Prima prova intermedia - A

27 Aprile 2011

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

i) verificare che esiste la fattorizzazione di LU di A;

ii) calcolare la fattorizzazione di LU di A;

iii) usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

i) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel;

ii) Scrivere il metodo di Gauss-Seidel

iii) Partendo dal vettore $\mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Date le due curve

$$y = 1 - x, \qquad y = \log(1 + x)$$

definite per $x > 0$:

i) dimostrare che hanno una unica intersezione $x = \alpha$ e che $\alpha \in (0, 1)$;

ii) usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.2;

iii) approssimare α usando il metodo di Newton iterando fine a che l'errore stimato sia minore di 10^{-2};

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	0	1	2	3	4
y_i	-1	-1	13	77	251

calcolare

i) La tabella delle differenze divise;

ii) I polinomi $p_k(x)$ che interpolano i punti (x_i, y_i).

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Prima prova intermedia - B

27 Aprile 2011

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

i) verificare che esiste la fattorizzazione di LU di A;

ii) calcolare la fattorizzazione di LU di A;

iii) usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

i) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel;

ii) Scrivere il metodo di Gauss-Seidel

iii) Partendo dal vettore $\mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Date le due curve

$$y = \exp(-x), \qquad y = x$$

definite per $x > 0$:

i) dimostrare che hanno una unica intersezione $x = \alpha$ e che $\alpha \in (0, 1)$;

ii) usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.2;

iii) approssimare α usando il metodo di Newton iterando fine a che l'errore stimato sia minore di 10^{-2};

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	0	1	2	3	4
y_i	2	4	20	86	262

calcolare

i) La tabella delle differenze divise;

ii) I polinomi $p_k(x)$ che interpolano i punti (x_i, y_i).