COGNOME ______ NOME ______ N. Matricola ______

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Seconda prova intermedia - A

9 Giugno 2011

Esercizio 1

Dato il seguente integrale

$$\int_2^4 f(t)dt, \qquad f(t) = te^t + \cos(\pi t)$$

i) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di 10^{-8};

ii) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di 10^{-8};

iii) Calcolare l'integrale con il metodo di Simpson e 4 intervalli;

Esercizio 2

Si consideri la seguente ODE

$$q'(t) = t\, q(t), \qquad q(0) = 1.$$

e il metodo di Runge Kutta definito dal tableau:

$$\begin{array}{c|ccc}
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
1 & 1 & \cdot & \cdot \\
\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \cdot \\
\hline
 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3}
\end{array}$$

i) Calcolare l'ordine del metodo numerico;

ii) Scrivere esplicitamente il metodo numerico associato al tableau;

iii) Fare due passi del metodo numerico con passo $h = 1/2$;

Esercizio 3

Dato il metodo multistep definito dalle tabelle

α_{-1}	α_0	α_1	α_2	α_3
1	-1	0	0	0

β_{-1}	β_0	β_1	β_2	β_3
$\frac{3}{8}$	$\frac{19}{24}$	$-\frac{5}{24}$	$\frac{1}{24}$	0

i) Calcolare l'ordine del metodo;

ii) Scrivere explicitamente il metodo multistep applicato alla ODE $q'(t) = t - q(t)$, $q(0) = 1$;

Esercizio 4

Scrivere una procedura MATLAB che calcola l'integrale di una funzione con la regola midpoint:

$$\int_a^b f(t)dt \approx h \sum_{j=1}^{N} f(t_{j-1/2}), \qquad h = \frac{b-a}{N}, \quad x_k = a + k\,h.$$

COGNOME [ ] NOME [ ] N. Matricola [ ]

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Seconda prova intermedia - B

9 Giugno 2011

Esercizio 1

Dato il seguente integrale

$$\int_1^3 f(t)dt, \qquad f(t) = te^t - \sin(\pi t)$$

i) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di 10^{-8};

ii) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di 10^{-8};

iii) Calcolare l'integrale con il metodo di Simpson e 4 intervalli;

Esercizio 2

Si consideri la seguente ODE

$$q'(t) = -t\,q(t), \qquad q(0) = 1.$$

e il metodo di Runge Kutta definito dal tableau:

$$\begin{array}{c|ccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdot & \cdot \\ 1 & -1 & 2 & \cdot \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$$

i) Calcolare l'ordine del metodo numerico;

ii) Scrivere esplicitamente il metodo numerico associato al tableau;

iii) Fare due passi del metodo numerico con passo $h = 1/2$;

Esercizio 3

Dato il metodo multistep definito dalle tabelle

α_{-1}	α_0	α_1	α_2	α_3
1	-1	0	0	0

β_{-1}	β_0	β_1	β_2	β_3
0	$\frac{55}{24}$	$-\frac{59}{24}$	$\frac{37}{24}$	$-\frac{3}{8}$

i) Calcolare l'ordine del metodo;

ii) Scrivere explicitamente il metodo multistep applicato alla ODE $q'(t) = t + q(t)$, $q(0) = 1$;

Esercizio 4

Scrivere una procedura MATLAB che calcola l'integrale di una funzione con la regola dei trapezi:

$$\int_a^b f(t)dt \approx \frac{h}{2}\sum_{j=1}^{N}(f(t_{j-1})+f(t_j)), \qquad h=\frac{b-a}{N}, \quad x_k = a + k\,h.$$