Calcolo Numerico [140300] – Prima prova intermedia – 5 Aprile 2012

COGNOME ____________ NOME ____________ N. Matricola ____________

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1) calcolare la fattorizzazione di LU di A (con pivoting);

2) usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare.

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

1) Scrivere il metodo di Jacobi e Gauss-Seidel (per questo particolare sistema, non in generale);

2) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel;

3) Partendo dal vettore $\mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-1	0	1	2	3
y_i	0	2	20	90	272

calcolare

1) La tabella delle differenze divise;

2) I polinomi $p_k(x)$ con $k = 0, 1, 2, 3, 4$. Dove $p_k(x)$ il polinomio che interpola i punti (x_i, y_i) con $i = 0, 1, \ldots, k$.

Esercizio 4

Dato il seguente integrale

$$\int_0^2 f(t)dt, \qquad f(t) = \sin(2x)e^{-x}$$

1) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di 10^{-8};

2) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di 10^{-8};

3) Calcolare l'integrale con il metodo di Simpson e 4 intervalli ("piccoli" o 2 "grandi") ovvero 5 punti;