

Calcolo Numerico [140300] – Prima prova intermedia – 30 Aprile 2013

COGNOME  NOME  N. Matricola

**Esercizio 1**

Data la matrice e il vettore

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

- 1) Calcolare la fattorizzazione di LU di  $\mathbf{A}$  (con pivoting se necessario);
- 2) Usando la fattorizzazione LU di  $\mathbf{A}$  risolvere il sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ .

## Esercizio 2

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 1) Scrivere il metodo iterativo di Jacobi e Gauss-Seidel (per questo particolare sistema, non la formula generale);
- 2) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel;
- 3) Partendo dal vettore  $\boldsymbol{x}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  fare due iterazioni con il metodo di Gauss-Seidel.

### Esercizio 3

Per i dati contenuti nella tabella  $\frac{x_i}{y_i} \left| \begin{array}{ccccc} -2 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ 139 & 124 & 124 & 139 & 204 \end{array} \right.$  calcolare

- 1) La tabella delle differenze divise;
- 2) I polinomi  $\omega_k(s)$  e  $p_k(x)$  con  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ . Dove  $p_k(x)$  il polinomio che interpola i punti  $(x_i, y_i)$  con  $i = 0, 1, \dots, k$ .

## Esercizio 4

Dato il seguente integrale

$$\int_2^4 f(x)dx, \quad f(x) = (1+x)\sin(2x)$$

- 1) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di  $10^{-8}$ ;
- 2) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di  $10^{-8}$ ;
- 3) Calcolare l'integrale con il metodo di Simpson e 4 intervalli ("piccoli" o 2 "grandi") ovvero 5 punti;