

Calcolo Numerico [140300] – Prima prova intermedia – 15 Aprile 2014

COGNOME NOME N. Matricola

Esercizio 1

Data la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 4 \\ -1 & -1 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

- 1) calcolare la fattorizzazione di LU di \mathbf{A} (con pivoting);
- 2) usando la fattorizzazione LU di \mathbf{A} risolvere il sistema lineare.

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = x - e^{-2x}$$

- 1) Scrivere il metodo di Newton e Secanti (per questo particolare sistema, non in generale);
- 2) Partendo da $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$ fare due iterazioni del metodo delle Secanti.
- 3) Partendo da $x_0 = 0$ fare due iterazioni del metodo di Newton.

Esercizio 3

Per i dati contenuti nella tabella $\frac{x_i}{y_i} \begin{array}{c|ccccc} -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -1 & 11 & 71 \end{array}$ calcolare

- 1) La tabella delle differenze divise;
- 2) I polinomi $p_k(x)$ con $k = 0, 1, 2, 3, 4$. Dove $p_k(x)$ il polinomio che interpola i punti (x_i, y_i) con $i = 0, 1, \dots, k$.

Esercizio 4

Dato il seguente integrale

$$\int_0^2 f(t)dt, \quad f(t) = (1 + t^2) \sin\left(\frac{t}{2}\right)$$

- 1) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di 10^{-8} ;
- 2) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di 10^{-8} ;
- 3) Calcolare l'integrale con il metodo di Simpson e 4 intervalli ("piccoli" o 2 "grandi") ovvero 5 punti;