

COGNOME  NOME  N. Matricola

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Seconda prova intermedia  
6 Giugno 2014

**Esercizio 1**

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 1) Scrivere il metodo di Jacobi e Gauss-Seidel (per questo particolare sistema, non in generale);
- 2) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel;
- 3) Partendo dal vettore  $\mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

## Esercizio 2

Si consideri la seguente ODE

$$q'(t) = t^3, \quad q(0) = 1.$$

e il metodo di Runge Kutta definito dal tableau:

0	·	·	·
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{24}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$
	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

- i) Calcolare l'ordine del metodo numerico;
- ii) Scrivere esplicitamente il metodo numerico associato al tableau;
- iii) Fare un passo del metodo numerico con passo  $h = 1/2$ ;

### Esercizio 3

Dato il metodo multistep definito dalle tabelle

$$\begin{array}{ccccc|ccccc} \alpha_{-1} & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \beta_{-1} & \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{8} & \frac{19}{24} & -\frac{5}{24} & \frac{1}{24} & 0 \end{array}$$

- i) Calcolare l'ordine del metodo;
- ii) Scrivere esplicitamente il metodo multistep applicato alla ODE  $q'(t) = t - q(t)$ ,  $q(0) = 1$ ;

## Esercizio 4

Scrivere una procedura MATLAB che calcola l'integrale di una funzione con la regola midpoint:

$$\int_a^b f(t) dt \approx h \sum_{j=1}^N f(t_{j-1/2}), \quad h = \frac{b-a}{N}, \quad x_k = a + k h.$$