

Esempio di Eliminazione di Gauss (con pivoting)

(17 febbraio 2014)

```
> restart;
```

```
> with(LinearAlgebra) :
```

```
Matrice dei coefficienti del sistema
```

```
> A := <<0,0,0,4>|<2,0,1,1>|<-1,0,1,1>|<-2,1,0,1>> ;
```

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(1)

```
> Determinant(A) ;
```

12

(2)

```
Soluzione
```

```
> x := <1,2,3,4> ;
```

$$x := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(3)

```
Termine noto
```

```
> b := A.x ;
```

$$b := \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ 5 \\ 13 \end{bmatrix}$$

(4)

```
Impacchetto il sistema in una unica matrice.
```

```
> T := ArrayTools[Concatenate](2,A,b) ;
```

$$T := \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \end{bmatrix}$$

(5)

```
Le incognite sono x1,x2,x3,x4.
```

```
Passo1 scambio 4 riga con la prima ed elimino x1 dalle equazioni rimanenti
```

```
> T1 := <<0,0,0,0>|<0,0,0,0>|<0,0,0,0>|<0,0,0,0>|<0,0,0,0>> :
```

```
> T1[1,1..5] := T[4,1..5] ; # compio matrice con righe scambiate
```

```
T1[2,1..5] := T[2,1..5] ;
```

```
T1[3,1..5] := T[3,1..5] ;
```

$$\begin{aligned}
\mathbf{T1}[4,1..5] &:= \mathbf{T}[1,1..5] ; \\
T1_{1,1..5} &:= \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \\
T1_{2,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \\
T1_{3,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
T1_{4,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & -2 & -7 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6}$$

Non serve fare eliminazione, x1 già eliminato

Matrice dopo la prima eliminazione

$$\begin{aligned}
> \mathbf{T1} ; \\
&\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & -7 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{7}$$

Passo2 scambio seconda riga con la terza ed elimino x1 dalle equazioni rimanenti

$$\begin{aligned}
> \mathbf{T2} := \langle\langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle \rangle : \\
> \mathbf{T2}[1,1..5] := \mathbf{T1}[3,1..5] ; \# \text{ compio matrice con righe scambiate} \\
\mathbf{T2}[2,1..5] := \mathbf{T1}[2,1..5] ; \\
\mathbf{T2}[3,1..5] := \mathbf{T1}[4,1..5] ; \\
\mathbf{T2}[4,1..5] := \mathbf{T1}[4,1..5] ; \\
T2_{1,1..5} &:= \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \\
T2_{2,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
T2_{3,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \\
T2_{4,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & -2 & -7 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{8}$$

Elimino x2 dalla quarta equazione

$$\begin{aligned}
> \mathbf{T2}[4,1..5] := \mathbf{T2}[4,1..5] - 2 * \mathbf{T2}[2,1..5] ; \\
T2_{4,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 & -2 & -17 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{9}$$

Matrice dopo la seconda eliminazione

$$\begin{aligned}
> \mathbf{T2} ; \\
&\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & -2 & -17 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{10}$$

Passo2 scambio terza riga con la quarta ed elimino x1 dalle equazioni rimanenti

$$\begin{aligned}
> \mathbf{T3} := \langle\langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle | \langle 0,0,0,0 \rangle \rangle : \\
> \mathbf{T3}[1,1..5] := \mathbf{T2}[3,1..5] ; \# \text{ compio matrice con righe scambiate} \\
\mathbf{T3}[2,1..5] := \mathbf{T2}[2,1..5] ; \\
\mathbf{T3}[3,1..5] := \mathbf{T2}[4,1..5] ; \\
\mathbf{T3}[4,1..5] := \mathbf{T2}[3,1..5] ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T3_{1,1..5} &:= \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \\
 T3_{2,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
 T3_{3,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 & -2 & -17 \end{bmatrix} \\
 T3_{4,1..5} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Matrice dopo la seconda eliminazione

> **T3** ;

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & -2 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}
 \tag{12}$$

Matrice dopo l'eliminazione

> **AA := T3[1..4,1..4]** ;

$$AA := \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \tag{13}$$

Termine noto dopo l'eliminazione

> **bb := T3[1..4,5]** ;

$$bb := \begin{bmatrix} 13 \\ 5 \\ -17 \\ 4 \end{bmatrix}
 \tag{14}$$

> **AA^(-1).bb** ;

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}
 \tag{15}$$

>