COGNOME [ ] NOME [ ] N. Matricola [ ]

Calcolo Numerico [140300] - Seconda prova intermedia

8 Giugno 2015

Esercizio 1

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1) Scrivere il metodo di Jacobi e Gauss-Seidel (per questo particolare sistema, non in generale);

2) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel;

3) Partendo dal vettore $\mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 2

Si consideri la seguente ODE

$$q'(t) = 1 + q(t), \qquad q(0) = 1.$$

e il metodo di Runge Kutta definito dal tableau:

$$\begin{array}{c|cc} \frac{1}{3} & \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} \\ 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \hline & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$$

i) Calcolare l'ordine del metodo numerico;

ii) Scrivere esplicitamente il metodo numerico associato al tableau;

iii) Risolvere il sistema lineare associato al passo e fare un passo con $h = 1/2$;

Esercizio 3

Dato il metodo multistep definito dalle tabelle

α_{-1}	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4
1	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$

β_{-1}	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{31}{16}$	$-\frac{17}{48}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{1}{48}$

i) Calcolare l'ordine del metodo;

ii) Scrivere explicitamente il metodo multistep applicato alla ODE $q'(t) = -2q(t)$, $q(0) = 1$;