

## Esempio uso formule di quadratura

Funzione da integrare in maniera approssimata

```
> f := x -> (1+x^2)*sin(x/2) ;
```

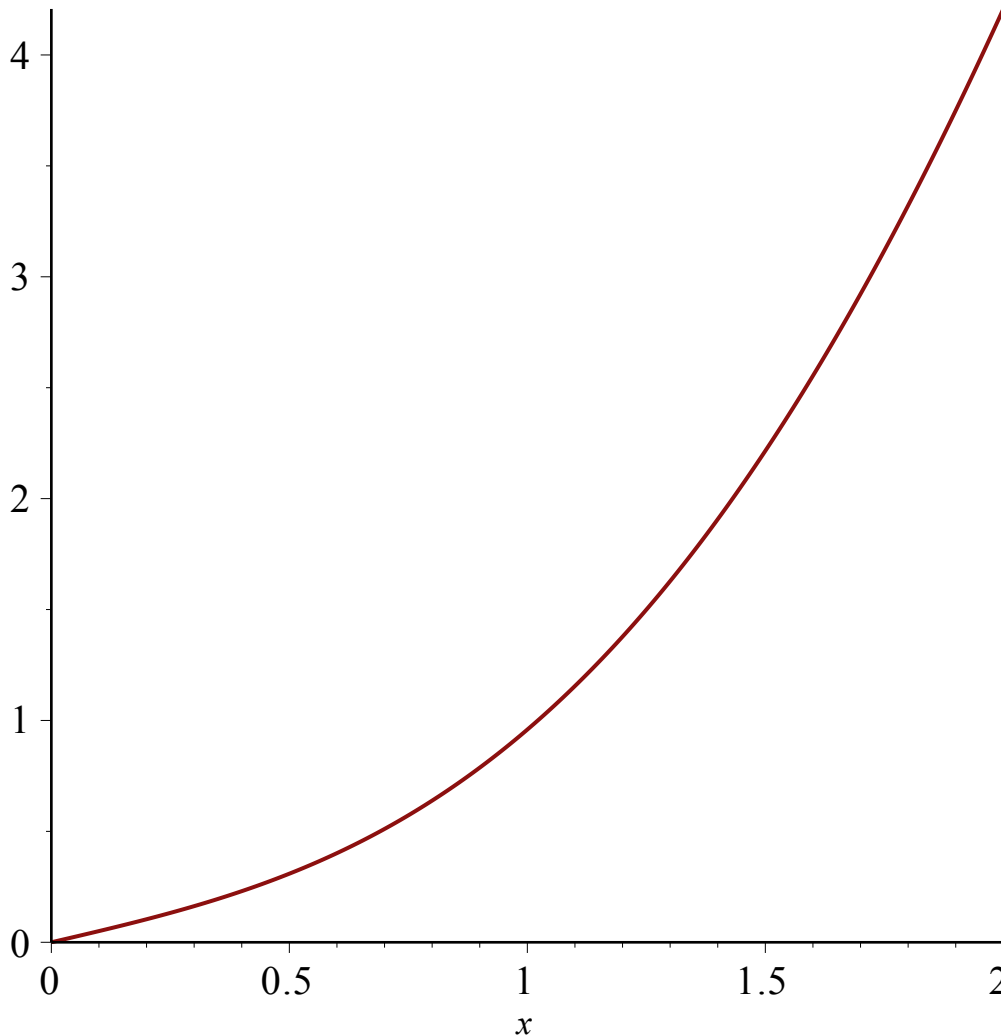
$$f := x \rightarrow (1 + x^2) \sin\left(\frac{1}{2} x\right) \quad (1)$$

Intervallo di integrazione

```
> a,b := 0,2 ;
```

$$a, b := 0, 2 \quad (2)$$

```
> plot( f(x), x=a..b ) ;
```



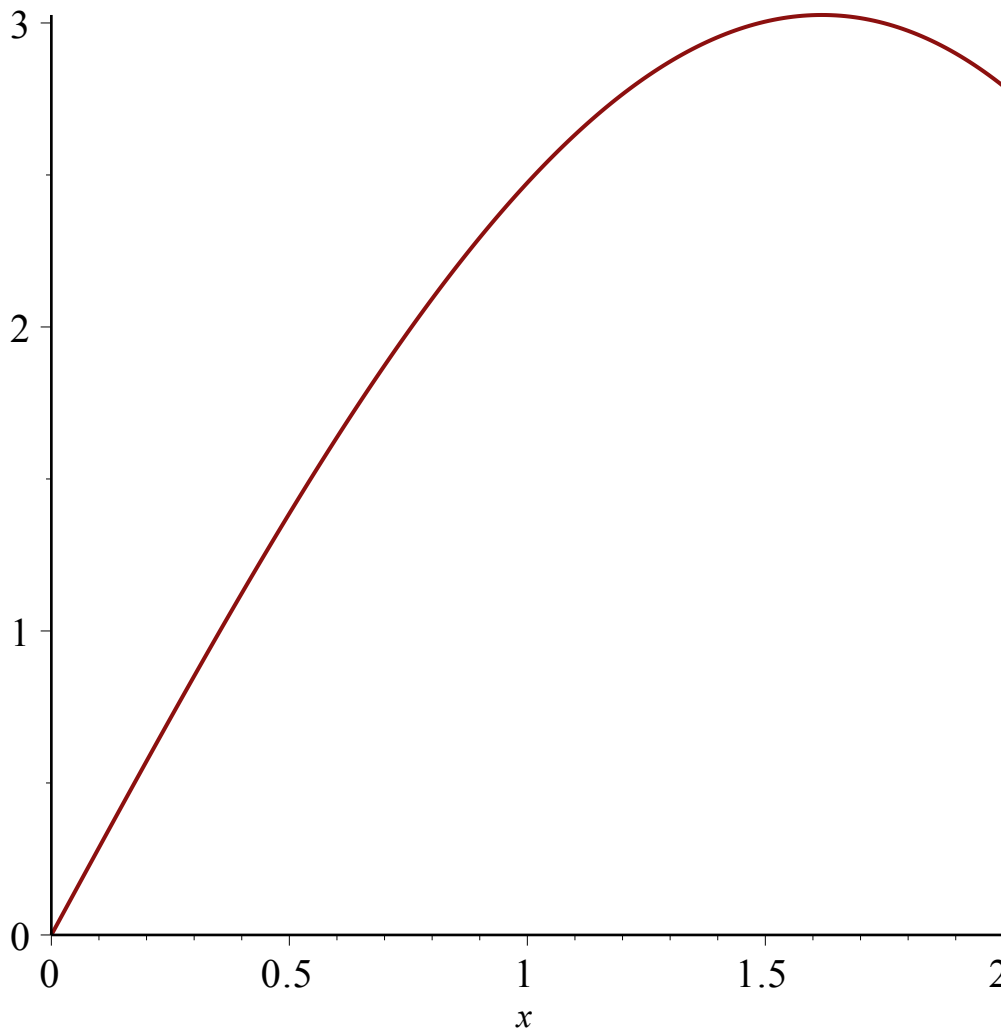
Stima dell'errore con metodo dei trapezi, serve la derivata seconda

```
> ddf := simplify(D(D(f))(x)) ;
```

$$ddf := -\frac{1}{4} \sin\left(\frac{1}{2} x\right) x^2 + 2 x \cos\left(\frac{1}{2} x\right) + \frac{7}{4} \sin\left(\frac{1}{2} x\right) \quad (3)$$

Stimare massimo modulo derivata seconda nell'intervallo [a,b] = [0,2]

```
> plot( abs(ddf(x)), x=a..b ) ;
```



```
> stima_ddf := (1/4)*abs(sin((1/2)*x))*abs(x)^2+
                2*abs(x)*abs(cos((1/2)*x))+(7/4)*abs(sin((1/2)*x)) ;
stima_ddf:= 1/4 |sin(1/2 x)| |x|^2 + 2 |x| |cos(1/2 x)| + 7/4 |sin(1/2 x)|
```

(4)

max |sin(x)| = max|cos(x)|=1

```
> stima_ddf := (1/4)*abs(x)^2+2*abs(x)+(7/4);
stima_ddf:= 1/4 |x|^2 + 2 |x| + 7/4
```

(5)

|x| <= max(|a|,|b|) in questo caso max|x|=b

```
> stima_ddf := (1/4)*abs(b)^2+2*abs(b)+(7/4);
stima_ddf := evalf(%);
stima_ddf:= 27/4
stima_ddf:= 6.750000000
```

(6)

Errore massimo ammesso  $10^{-8}$ , con trapezi  $E = -(b-a)*h^2/12 f''(\eta)$  -->

```
|E| <= (b-a)h^2/12 stima_ddf <= 10^(-8)
> #stima_ddf := 20 ;
> EQ := (b-a)*h^2/12*stima_ddf = 1e-8 ;
```

(7)

$$EQ := 1.125000000 h^2 = 1.10^{-8} \quad (7)$$

Calcolo intervallo h che soddisfa l'errore

```
> SOL := solve( EQ, {h} ) ;  
SOL := {h = 0.00009428090416}, {h = -0.00009428090416} \quad (8)
```

Avendo l'intervallo calcolo n = (b-a)/h

```
> subs(SOL[1], (b-a)/h) ;  
21213.20344 \quad (9)
```

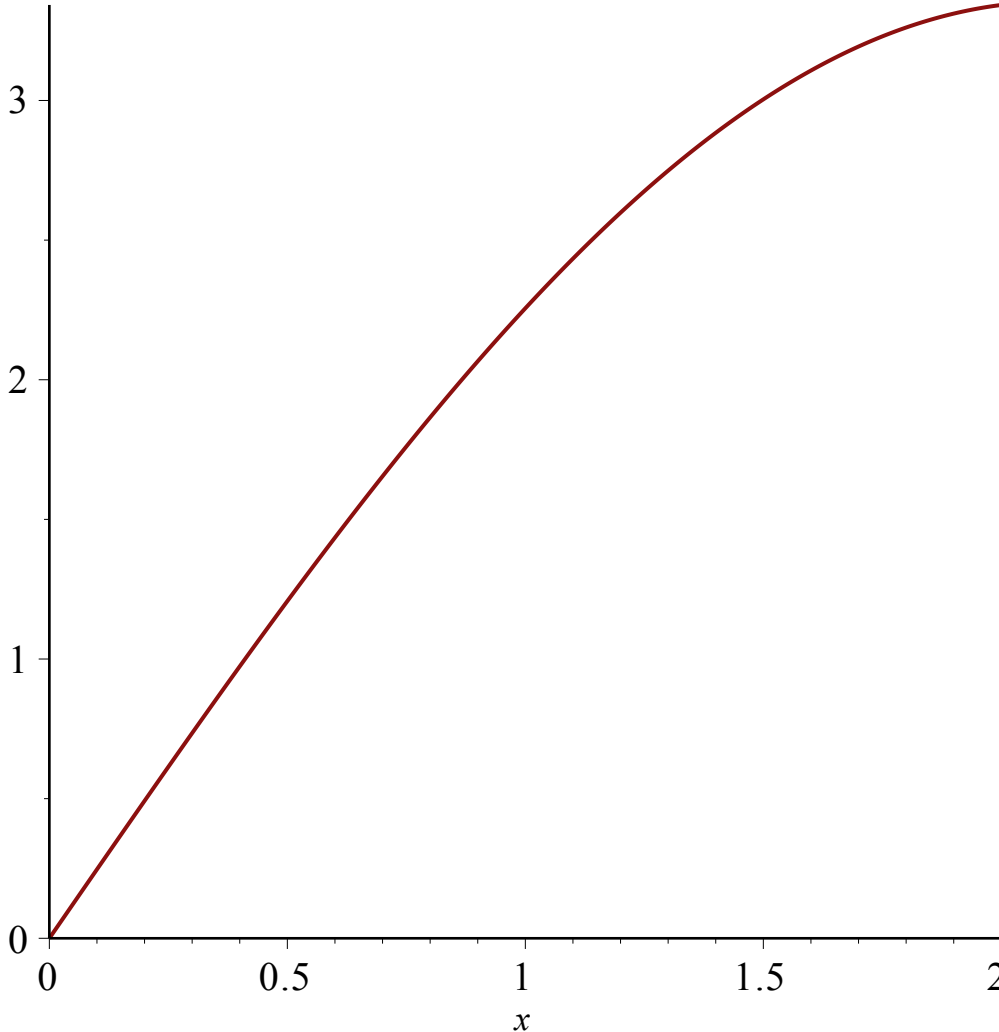
## Stesso calcolo usando la regola di Simpson

Stima dell'errore con metodo dei trapezi, serve la derivata seconda

```
> dddf := simplify((D@@4)(f)(x)) ;  
dddf :=  $\frac{1}{16} \sin\left(\frac{1}{2}x\right)x^2 - x \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - \frac{47}{16} \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$  \quad (10)
```

Stimare massimo modulo derivata seconda nell'intervallo [a,b] = [-1,4]

```
> plot( abs(dddf(x)), x=a..b ) ;
```



Uso diseuguagliaza triangolare e  $\max|\sin(x)| = \max|\cos(x)| = 1$

```
> stima_ddddf := (1/16)*abs(sin((1/2)*x))*abs(x)^2+abs(x)*abs(cos(x))
```

```
(1/2)*x))+ (47/16)*abs(sin((1/2)*x));
```

$$stima\_ddddf := \frac{1}{16} \left| \sin\left(\frac{1}{2}x\right) \right| |x|^2 + |x| \left| \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \right| + \frac{47}{16} \left| \sin\left(\frac{1}{2}x\right) \right| \quad (11)$$

```
> stima\_ddddf := (1/16)*abs(x)^2+abs(x)+(47/16);
```

$$stima\_ddddf := \frac{1}{16} |x|^2 + |x| + \frac{47}{16} \quad (12)$$

```
|x| <= max(|a|,|b|) in questo caso max|x|=b
```

```
> stima\_ddddf := (1/16)*b^2+b+(47/16);  
stima\_ddddf := evalf(%);
```

$$stima\_ddddf := \frac{83}{16}$$

$$stima\_ddddf := 5.187500000 \quad (13)$$

```
Errore massimo ammesso 10-6, con trapezi E = -(b-a)*h4/180 f'''(eta) -->
```

```
|E| <= (b-a)h4/180 stima\_ddf <= 10-6
```

```
> EQ := (b-a)*h4/180*stima\_ddddf = 1e-6 ;
```

$$EQ := 0.05763888889 h^4 = 0.000001 \quad (14)$$

```
Calcolo intervallo h che soddisfa l'errore
```

```
> SOL := solve( EQ, {h} );
```

$$SOL := \{h = 0.06453883178\}, \{h = 0.06453883178 I\}, \{h = -0.06453883178\}, \{h = -0.06453883178 I\} \quad (15)$$

```
Avendo l'intervallo calcolo n = (b-a)/h
```

```
> subs(SOL[1], (b-a)/h);
```

$$30.98909516 \quad (16)$$