

COGNOME

NOME

MATRICOLA

Firma \_\_\_\_\_

### Esercizio 1

Data il sistema lineare

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 3 & 11 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 11 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

- i) calcolare la fattorizzazione LU (con pivoting) di  $\mathbf{A}$ ;
- ii) usando la fattorizzazione LU di  $\mathbf{A}$  risolvere il sistema lineare

Fattorizzazione LU (con eventuale permutazione):

Soluzione di  $\mathbf{Lz} = \mathbf{Pb}$  ed  $\mathbf{Ux} = \mathbf{z}$

### Esercizio 2

Si consideri la seguente ODE

$$y'(x) = x + xy(x), \quad y(0) = 1.$$

e il metodo di Runge Kutta definito dal tableau:

0	
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

- i) Calcolare l'ordine del metodo numerico;
- ii) Scrivere esplicitamente il metodo numerico associato al tableau;
- iii) Fare un passo del metodo numerico con passo  $h = 1/2$ ;

Ordine del metodo di RK:

Metodo numerico associato al tableau

$y_1 =$

### Esercizio 3

Data la seguente equazione non lineare

$$\cos x - x e^x = 0$$

- i) Scrivere il metodo di Newton per questa particolare equazione;
- ii) Approssimare una soluzione con 2 iterate del metodo a partire da  $x_0 = 1$ ;

Metodo di Newton:

$x_1 =$

$x_2 =$

## Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella  $\begin{array}{c|ccccc} x_i & 0 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & -1 & -1 & 3 & 35 & 167 \end{array}$  calcolare

- i) La tabella delle differenze divise;
- ii) Il polinomi intermedi  $p_k(x)$  che interpolano i punti  $(x_i, y_i)$  con  $i = 0, 1, \dots, k$ .
- iii) Il polinomio interpolante  $p(x)$ .

Differenze divise

$$p_0(x) =$$

$$p_1(x) =$$

$$p_2(x) =$$

$$p_3(x) =$$

$$p_4(x) =$$

$$p(x) =$$

## Esercizio 5

Dato il seguente integrale

$$\int_{-1}^2 f(x)dx, \quad f(x) = \frac{1}{2+x} + e^x \sin x$$

- i) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di  $10^{-4}$ ;
- ii) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di  $10^{-4}$ ;
- iii) Calcolare l'integrale con il metodo dei Trapezi e 4 intervalli (piccoli);

stima max derivata seconda (solo numero)

stima intervalli metodo trapezi (solo numero)

stima max derivata quarta (solo numero)

stima intervalli metodo Simpson (solo numero)

$$\int_{-1}^2 f(x)dx \approx$$

## Esercizio 6

Dato il metodo multistep definito dalle tabelle

$$\begin{array}{ccccc|ccccc} \alpha_{-1} & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \beta_{-1} & \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \hline 3 & 0 & -1 & 0 & -2 & 17/18 & 38/9 & 4/3 & 26/9 & 11/18 \end{array}$$

- i) Calcolare l'ordine del metodo;
- ii) Scrivere esplicitamente il metodo multistep applicato alla ODE  $y'(x) = x y(x)$ ,  $y(0) = 0$ ;

Ordine del metodo (solo numero)

metodo multistep