

COGNOME

NOME

MATRICOLA

Firma _____

Esercizio 1

Data il sistema lineare

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 14 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 14 \end{bmatrix}.$$

- i) calcolare la fattorizzazione LU (con pivoting) di \mathbf{A} ;
- ii) usando la fattorizzazione LU di \mathbf{A} risolvere il sistema lineare

Fattorizzazione LU (con eventuale permutazione):

Soluzione di $\mathbf{Lz} = \mathbf{Pb}$ ed $\mathbf{Ux} = \mathbf{z}$

Svolgimento (scrivere i passaggi essenziali)

COGNOME NOME MATRICOLA **Esercizio 2**

Si consideri la seguente ODE

$$y'(x) = x - x y(x), \quad y(0) = 1.$$

e il metodo di Runge Kutta definito dal tableau:

0				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			
$\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$		
1	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	
<hr/>				
	$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$

- Calcolare l'ordine del metodo numerico;
- Fare 2 passi del metodo numerico con passo $h = 1/2$;

Svolgimento (scrivere i passaggi essenziali)

COGNOME

NOME

MATRICOLA

Esercizio 3

Data la seguente equazione non lineare

$$\cos x - x \tan x = 0$$

- i) Scrivere il metodo di Newton per questa particolare equazione;
- ii) Approssimare una soluzione con 2 iterate del metodo a partire da $x_0 = 1$;

Metodo di Newton:

$x_1 =$

$x_2 =$

Svolgimento (scrivere i passaggi essenziali)

COGNOME NOME MATRICOLA **Esercizio 4**

Per i dati contenuti nella tabella $\begin{array}{c|ccccc} x_i & 0 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & -1 & -4 & 2 & 35 & 248 \end{array}$ calcolare

- i) La tabella (triangolare) delle differenze divise;
- ii) Il polinomi intermedi $p_k(x)$ che interpolano i punti (x_i, y_i) con $i = 0, 1, \dots, k$. Fino al polinomio interpolante $p(x) = p_4(x)$.

Differenze divise (solo i numeri)

$$p_0(x) =$$

$$p_1(x) =$$

$$p_2(x) =$$

$$p_3(x) =$$

$$p_4(x) =$$

Svolgimento (scrivere i passaggi essenziali)

COGNOME NOME MATRICOLA **Esercizio 5**

Dato il seguente integrale

$$\int_1^2 f(x)dx, \quad f(x) = \frac{1}{2+x} + \log x$$

- i) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di 10^{-4} ;
- ii) Stimare il numero di intervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo di Simpson sia minore di 10^{-4} ;
- iii) Calcolare l'integrale con il metodo dei Trapezi e 4 intervalli;

stima massimo modulo derivata seconda (solo numero):

stima intervalli metodo trapezi (solo numero):

stima massimo modulo derivata quarta (solo numero):

stima intervalli metodo Simpson (solo numero):

Integrale $\int_{-1}^2 f(x)dx$ approssimato con metodo trapezi (solo numero):

Svolgimento (scrivere i passaggi essenziali)

COGNOME NOME MATRICOLA **Esercizio 6**

Dato il metodo multistep definito dalle tabelle

$$\begin{array}{ccccc|ccccc} \alpha_{-1} & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \beta_{-1} & \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \hline 3 & 0 & -2 & 0 & -1 & 5/3 & 4/3 & 16/3 & -4/3 & 1 \end{array}$$

- i) Calcolare l'ordine del metodo;
- ii) Scrivere esplicitamente il metodo multistep applicato alla ODE $y'(x) = x + y(x)$, $y(0) = 0$;

Ordine del metodo (solo numero):

metodo multistep

Svolgimento (scrivere i passaggi essenziali)

