

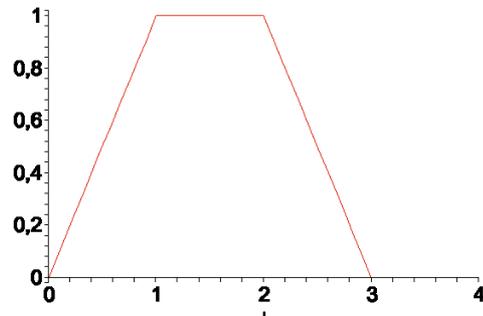
Metodi Matematici e Calcolo per Ingegneria

del 9 gennaio 2006

Cognome	Nome	Matricola

[Esercizio 1 - punti 5] Sia data la seguente funzione:

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{per } t < 1 \\ 1 & \text{per } 1 \leq t < 2 \\ 2 - t & \text{per } 2 \leq t < 3 \\ 0 & \text{per } t \geq 3 \end{cases}$$

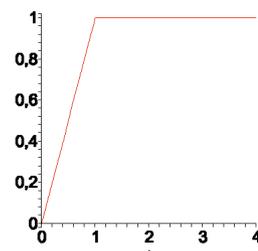


Usando le regole di trasformazione calcolare le trasformate di Laplace delle funzioni in tabella:

Funzione	Trasformata
$f(t)$	
$f\left(\frac{t}{3}\right)$	
$f\left(\frac{t}{2}\right) e^{-2t}$	
$f(t)'$	

[Esercizio 2 - punti 6] Sia data la seguente equazione differenziale:

$$y'(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ t & \text{per } 0 \leq t < 1 \\ 1 & \text{per } t \geq 1 \end{cases}$$



con dato iniziale $y(0) = 10$. Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema.

Trasformata della equazione differenziale	
Soluzione y(s) della equazione differenziale	
Soluzione y(x) della equazione differenziale	

[Esercizio 3 - punti 7] Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema:

$$\begin{aligned}
 3y'(t) - z'(t) - w'(t) &= 0 \\
 -y'(t) + 3z'(t) - w'(t) &= 0 \\
 -y'(t) - z'(t) + 3w'(t) &= \exp(-t)
 \end{aligned}$$

con dato iniziale $y(0) = 3$, $z(0) = 2$ e $w(0) = 1$.

Trasformata del sistema di equazioni differenziali	
Soluzione y(s), z(s) del sistema di equazioni differenziali	
Soluzione y(x), z(x) del sistema di equazioni differenziali	

[Esercizio 4 - punti 7] Usando la Z-trasformata calcolare la soluzione della seguente relazione di ricorrenza: $3f_{n+2} = 2f_{n+1} + f_n - 1$ con dato iniziale $f_0 = 0$, e $f_1 = 1$.

Z-trasformata della ricorrenza	
Soluzione f(z) della ricorrenza	
Soluzione f_n della ricorrenza	

[Esercizio 5 - punti 5] Sia dato il seguente sistema di equazioni non lineare:

$$f(x, y) = 2x - y + xy + 1$$

$$g(x, y) = x + 2y - xy - 2$$

Scrivere il procedimento iterativo di Newton-Raphson per questo particolare sistema.

Calcolare due iterate del metodo a partire da $x_0 = 1$, $y_0 = 2$.

Procedimento iterativo	
Prima iterata	
Seconda iterata	

[Esercizio 6 - punti 7] Minimizzare la seguente funzione: $f(x, y, z) = y$ soggetta ai vincoli

$$h_1(x, y, z) = x y^2 z - 1 \text{ e } h_2(x, y, z) = x + z - 1.$$

Sistema non lineare da risolvere	
Soluzioni del sistema non lineare	
Classificazione dei punti stazionari	

[Esercizio 7 - punti 12] Dato il seguente problema:

minimizzare: $\int_0^1 y(x) \sqrt{1 + y'(x)^2} dx$ soggetta ai vincoli $y(0) = 1$ e $y(1) = 1$.

- Discretizzare l'integrale con il metodo dei trapezi e 4 intervalli.
- Scrivere la funzione in più variabili $F(y_1, y_2, y_3)$ che rappresenta la approssimazione discreta del problema differenziale originario (le condizioni al contorno sono già inglobate).
- Fare il gradiente di $F(y_1, y_2, y_3)$ ottenendo un sistema non lineare.
- Scrivere il metodo di Newton per questo particolare sistema non lineare.
- Fare 3 iterate del metodo di Newton a partire da $(y_1, y_2, y_3) = (1, 1, 1)$.

$F(y_1, y_2, y_3)$	
--------------------	--

Metodo di Newton per il sistema non lineare	
Tre iterate del metodo di Newton	