

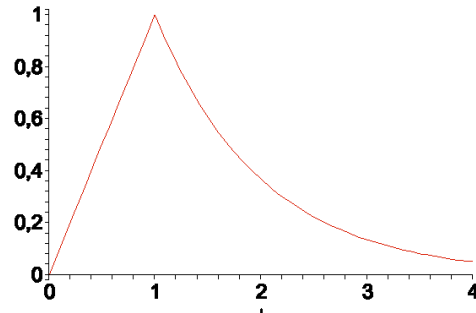
# Metodi Matematici e Calcolo per Ingegneria

del 20 febbraio 2006

Cognome	Nome	Matricola

**[Esercizio 1 - punti 5]** Sia data la seguente funzione:

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{per } t < 1 \\ \exp(1 - t) & \text{per } t \geq 1 \end{cases}$$

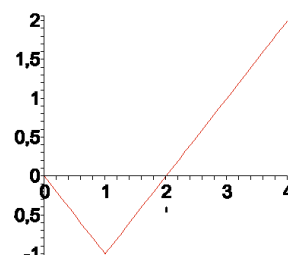


Usando le regole di trasformazione calcolare le trasformate di Laplace delle funzioni in tabella:

Funzione	Trasformata
$f(t)$	
$f\left(\frac{t}{3}\right)$	
$f\left(\frac{t}{2}\right) e^{-2t}$	
$f(t)'$	

**[Esercizio 2 - punti 6]** Sia data la seguente equazione differenziale:

$$y'(t) = \begin{cases} -t & \text{per } t < 1 \\ t - 1 & \text{per } t \geq 1 \end{cases}$$



con dato iniziale  $y(0) = 10$ . Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema.

<b>Trasformata della equazione differenziale</b>	
<b>Soluzione y(s) della equazione differenziale</b>	
<b>Soluzione y(x) della equazione differenziale</b>	

**[Esercizio 3 - punti 7]** Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema:

$$\begin{aligned}
 4y'(t) - z'(t) - w'(t) &= 0, \\
 -y'(t) + 4z'(t) - w'(t) &= \exp(-t), \\
 -y'(t) - z'(t) + 4w'(t) &= 0,
 \end{aligned}$$

con dato iniziale  $y(0) = 3$ ,  $z(0) = 2$  e  $w(0) = 1$ .

<b>Trasformata del sistema di equazioni differenziali</b>	
<b>Soluzione y(s), z(s) del sistema di equazioni differenziali</b>	
<b>Soluzione y(x), z(x) del sistema di equazioni differenziali</b>	

**[Esercizio 4 - punti 7]** Usando la Z-trasformata calcolare la soluzione della seguente relazione di ricorrenza:  $f_{n+2} = 2f_{n+1} + 3f_n - n$  con dato iniziale  $f_0 = 0$ , e  $f_1 = 1$ .

<b>Z-trasformata della ricorrenza</b>	
<b>Soluzione f(z) della ricorrenza</b>	
<b>Soluzione <math>f_n</math> della ricorrenza</b>	

**[Esercizio 5 - punti 5]** Sia dato il seguente sistema di equazioni non lineare:

$$f(x, y) = 4x - y + xy + 1$$

$$g(x, y) = x + 2y - xy - 2$$

Scrivere il procedimento iterativo di Newton-Raphson per questo particolare sistema.

Calcolare due iterate del metodo a partire da  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 2$ .

<b>Procedimento iterativo</b>	
<b>Prima iterata</b>	
<b>Seconda iterata</b>	

**[Esercizio 6 - punti 7]** Minimizzare:  $f(x, y, z) = (x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2$

soggetta ai vincoli  $h_1(x, y, z) = (x + y)(y + z) - 1$  e  $h_2(x, y, z) = x - z - 1$ .

<b>Sistema non lineare da risolvere</b>	
<b>Soluzioni del sistema non lineare</b>	
<b>Classificazione dei punti stazionari</b>	

**[Esercizio 7 - punti 12]** Dato il seguente problema:

minimizzare:  $\int_0^1 y(x) (1 + y'(x)^2) dx$  soggetta ai vincoli  $y(0) = 1$  e  $y(1) = 1$ .

- Discretizzare l'integrale con il metodo dei trapezi e 4 intervalli.
- Scrivere la funzione in più variabili  $F(y_1, y_2, y_3)$  che rappresenta la approssimazione discreta del problema differenziale originario (le condizioni al contorno sono già inglobate).
- Fare il gradiente di  $F(y_1, y_2, y_3)$  ottenendo un sistema non lineare.
- Scrivere il metodo di Newton per questo particolare sistema non lineare.
- Fare 3 iterate del metodo di Newton a partire da  $(y_1, y_2, y_3) = (1, 1, 1)$ .

$$F(y_1, y_2, y_3)$$

**Metodo di Newton  
per il sistema  
non lineare**

**Tre iterate del  
metodo di Newton**