

Metodi Matematici e Calcolo per Ingegneria

del 12 luglio 2006

Cognome	Nome	Matricola

[Esercizio 1 - punti 5] Sia data la seguente funzione:

$$f(t) = t \sin t$$

Usando le regole di trasformazione calcolare le trasformate di Laplace delle funzioni in tabella:

Funzione	Trasformata
$f(t)$	
$f\left(\frac{t}{2}\right)$	
$f\left(\frac{t}{3}\right)e^{-3t}$	
$f(t)'$	

[Esercizio 2 - punti 6] Sia data la seguente equazione differenziale: $y'(t) = t \sin t$ e il dato iniziale vale $y(0) = 2$. Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema.

Trasformata della equazione differenziale	
---	--

Soluzione $y(s)$ della equazione differenziale	
Soluzione $y(x)$ della equazione differenziale	

[Esercizio 3 - punti 7] Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema:

$$\begin{aligned} 2y'(t) - z'(t) &= \sin t \\ -y'(t) + z'(t) - w'(t) &= 0 \\ -z'(t) + w'(t) &= 0 \end{aligned}$$

dove il dato iniziale vale $y(0) = 1$, $z(0) = 2$ e $w(0) = 1$.

Trasformata del sistema di equazioni differenziali	
Soluzione $y(s), z(s), w(s)$ del sistema di equazioni differenziali	
Soluzione $y(t), z(t), w(t)$ del sistema di equazioni differenziali	

[Esercizio 4 - punti 7] Usando la Z-trasformata calcolare la soluzione della seguente relazione di ricorrenza: $f_{n+2} = 2f_{n+1} - f_n - n$ con dato iniziale $f_0 = 0$, e $f_1 = 1$.

Z-trasformata della ricorrenza	
Soluzione f(z) della ricorrenza	
Soluzione f_n della ricorrenza	

[Esercizio 5 - punti 5] Sia dato il seguente sistema di equazioni non lineare:

$$f(x, y) = 2x - y + x/y + 1$$

$$g(x, y) = x + 2y - x/y - 2$$

Scrivere il procedimento iterativo di Newton-Raphson per questo particolare sistema.

Calcolare due iterate del metodo a partire da $x_0 = 1$, $y_0 = 2$.

Procedimento iterativo	
Prima iterata	
Seconda iterata	

[Esercizio 6 - punti 7] Minimizzare: $f(x, y, z) = x y z$

soggetta ai vincoli $h_1(x, y, z) = xy + yz + xz - 1$ e $h_2(x, y, z) = x + z - 1$.

Sistema non lineare da risolvere	
Soluzioni del sistema non lineare	
Classificazione dei punti stazionari	

[Esercizio 7 - punti 12] Dato il seguente problema:

minimizzare: $\int_0^1 y(x)y'(x)^2 dx$ soggetta ai vincoli $y(0) = 1$ e $y(1) = 1$.

- Discretizzare l'integrale con il metodo dei trapezi e 4 intervalli.
- Scrivere la funzione in più variabili $F(y_1, y_2, y_3)$ che rappresenta la approssimazione discreta del problema differenziale originario (le condizioni al contorno sono già inglobate).
- Fare il gradiente di $F(y_1, y_2, y_3)$ ottenendo un sistema non lineare.
- Scrivere il metodo di Newton per questo particolare sistema non lineare.
- Fare 3 iterate del metodo di Newton a partire da $(y_1, y_2, y_3) = (1, 1, 1)$.

$$F(y_1, y_2, y_3)$$

**Metodo di Newton
per il sistema
non lineare**

**Tre iterate del
metodo di Newton**