

# Metodi Matematici e Calcolo per Ingegneria

del 30 agosto 2006

Cognome	Nome	Matricola

[Esercizio 1 - punti 5] Sia data la seguente funzione:

$$f(t) = \sin(t) - t$$

Usando le regole di trasformazione calcolare le trasformate di Laplace delle funzioni in tabella:

Funzione	Trasformata
$f(t)$	
$f\left(\frac{t}{3}\right)$	
$f\left(\frac{t}{2}\right)e^{-2t}$	
$f(t)'$	

[Esercizio 2 - punti 6] Sia data la seguente equazione differenziale:

$$y''(t) - y'(t) = t^2 - t$$

con dato iniziale  $y(0) = 10$  e  $y'(0) = -10$ . Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema.

<b>Trasformata della equazione differenziale</b>	
<b>Soluzione <math>y(s)</math> della equazione differenziale</b>	

<b>Soluzione <math>y(x)</math> della equazione differenziale</b>	
--------------------------------------------------------------------------	--

**[Esercizio 3 - punti 7]** Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema:

$$\begin{aligned}
 3y'(x) - 2z'(x) - w'(x) &= x \\
 -y'(x) + z'(x) - w'(x) &= 2x \\
 -y'(x) - 2z'(x) + 3w'(x) &= 3x
 \end{aligned}$$

con dato iniziale  $y(0) = 1$ ,  $z(0) = 0$  e  $w(0) = 1$ .

<b>Trasformata del sistema di equazioni differenziali</b>	
<b><math>y(s), z(s), w(s)</math> trasformata della soluzione</b>	
<b><math>y(x), z(x), w(x)</math> soluzione del sistema di equazioni differenziali</b>	

**[Esercizio 4 - punti 7]** Usando la Z-trasformata calcolare la soluzione della seguente relazione di ricorrenza:  $f_{n+2} = f_n + n + 1$  con dato iniziale  $f_0 = 0$ , e  $f_1 = 2$ .

<b>Z-trasformata della ricorrenza</b>	
-------------------------------------------	--

<b>Soluzione f(z) della ricorrenza</b>	
<b>Soluzione f<sub>n</sub> della ricorrenza</b>	

**[Esercizio 5 - punti 5]** Sia dato il seguente sistema di equazioni non lineare:

$$f(x, y) = 3x + y + x/y + 1$$

$$g(x, y) = x + 2y - x/y - 1$$

Scrivere il procedimento iterativo di Newton-Raphson per questo particolare sistema.

Calcolare due iterate del metodo a partire da  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 2$ .

<b>Procedimento iterativo</b>	
<b>Prima iterata</b>	
<b>Seconda iterata</b>	

**[Esercizio 6 - punti 7]** Minimizzare la seguente funzione:  $f(x, y, z) = xz/y$  soggetta ai vincoli  $h_1(x, y, z) = x + y + z - 1$  e  $h_2(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$ .

<b>Sistema non lineare da risolvere</b>	
<b>Soluzioni del sistema non lineare</b>	
<b>Classificazione dei punti stazionari</b>	

**[Esercizio 7 - punti 12]** Dato il seguente problema:

minimizzare:  $\int_0^1 y(x)^2 + y'(x)^2 dx$  soggetta ai vincoli  $y(0) = 1$  e  $y(1) = 1$ .

- Discretizzare l'integrale con il metodo dei trapezi e 4 intervalli.
- Scrivere la funzione in più variabili  $F(y_1, y_2, y_3)$  che rappresenta la approssimazione discreta del problema differenziale originario (le condizioni al contorno sono già inglobate).
- Fare il gradiente di  $F(y_1, y_2, y_3)$  ottenendo un sistema non lineare.
- Scrivere il metodo di Newton per questo particolare sistema non lineare.
- Fare 3 iterate del metodo di Newton a partire da  $(y_1, y_2, y_3) = (1, 1, 1)$ .

$F(y_1, y_2, y_3)$	
--------------------	--

<b>Metodo di Newton per il sistema non lineare</b>	
<b>Tre iterate del metodo di Newton</b>	