

Metodi Matematici e Calcolo per Ingegneria

del 18 giugno 2007

Cognome	Nome	Matricola
Bartolomeo	Pestalozzi	Pinerolo007

[Esercizio 1 - punti 10] Calcolare le seguenti anti trasformate di Laplace.

Trasformata	Anti Trasformata
$\frac{s^2 - 1}{(s + 4)(s - 2)(s - 3)}$	$\frac{5}{14} e^{-4t} - \frac{1}{2} e^{2t} + \frac{8}{7} e^{3t}$
$\frac{e^{-\pi s}}{s + 2}$	Heaviside $(t - \pi) e^{2(\pi-t)}$
$\frac{s^2 - 2}{s^2 + 1}$	Dirac $(t) - 3 \sin(t)$

[Esercizio 2 - punti 10] Sia dato il seguente sistema di equazioni differenziali ordinarie:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} y(x) - 2 \frac{d}{dx} z(x) = x \\ \frac{d}{dx} y(x) + 2 \frac{d}{dx} z(x) = 1 \end{cases}$$

con dato iniziale $y_0 = 1$ e $z_0 = 0$. Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema.

Trasformata della equazione differenziale	$\begin{cases} sy(s) - 1 - 2sz(s) = s^{-2} \\ sy(s) - 1 + 2sz(s) = s^{-1} \end{cases}$
--	--

Soluzione $y(s)$, $z(s)$ nello spazio delle trasformate	$y(s) = \frac{1}{2} \frac{s + 2s^2 + 1}{s^3}$ $z(s) = \frac{1}{4} \frac{-1 + s}{s^3}$
Soluzione $y(x)$, $z(x)$	$y(x) = \frac{1}{2} x + 1 + \frac{1}{4} x^2$ $z(x) = -\frac{1}{8} x (x - 2)$

[Esercizio 3 - punti 10] Usando la Z-trasformata calcolare la soluzione della seguente relazione di ricorrenza:

$$\begin{cases} f(k+1) + g(k+1) + f(k) = 0 \\ g(k+1) - f(k+1) - g(k) + f(k) = 0 \end{cases}$$

con dato iniziale $f(0) = 1$ e $g(0) = 0$.

Z-trasformata della ricorrenza	$zf(z) - z + zg(z) + f(z) = 0$ $zg(z) - zf(z) + z - g(z) + f(z) = 0$
Soluzione $f(z)$, $g(z)$ della ricorrenza	$f(z) = \frac{z(2z-1)}{2z^2 - z - 1}$ $g(z) = \frac{-2z}{2z^2 - z - 1}$
Soluzione $f(n)$, $g(n)$ della ricorrenza	$g(k) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} (-1)^k 2^{1-k}$ $f(k) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} (-1)^k 2^{1-k}$