

Metodi Matematici e Calcolo per Ingegneria

del 7 settembre 2007

Cognome	Nome	Matricola
Bartolomeo	Pestalozzi	123007

[Esercizio 1 - punti 10] Calcolare le seguenti anti trasformate di Laplace.

Trasformata	Anti Trasformata
$\frac{s}{(s^2 + 2s + 2)(s - 2)}$	$\frac{1}{5} e^{2t} + \frac{1}{5} (2 \sin(t) - \cos(t)) e^{-t}$
$\frac{e^{-s}}{(s - 2)^2}$	$H(t - 1) (t - 1) e^{2t-2}$
$(s - 2)^{-1} + \frac{s}{(s - 2)^2}$	$2 e^{2t} (1 + t)$

[Esercizio 2 - punti 10] Sia dato il seguente sistema di equazioni differenziali ordinarie:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} y(x) - \frac{d}{dx} z(x) = 1 \\ \frac{d}{dx} y(x) - z(x) + y(x) = 0 \end{cases}$$

con dato iniziale $y_0 = 1$ e $z_0 = 0$. Usando la trasformata Laplace calcolare la soluzione del problema.

Trasformata della equazione differenziale	$\begin{cases} sy(s) - 1 - sz(s) = s^{-1} \\ sy(s) - 1 - z(s) + y(s) = 0 \end{cases}$
---	---

Soluzione $y(s)$, $z(s)$ nello spazio delle trasformate	$y(s) = \frac{s^2 - s - 1}{s^3}$ $z(s) = -\frac{2s + 1}{s^3}$
Soluzione $y(x)$, $z(x)$	$y(x) = 1 - x - \frac{1}{2} x^2$ $z(x) = -\frac{1}{2} x (x + 4)$

[Esercizio 3 - punti 10] Usando la Z-trasformata calcolare la soluzione della seguente relazione di ricorrenza:

$$\begin{cases} f(k+1) + g(k) = k \\ g(k+1) + f(k) = 1 \end{cases}$$

con dato iniziale $f(0) = 1$ e $g(0) = -1$.

Z-trasformata della ricorrenza	$\begin{cases} zf(z) - z + g(z) = \frac{z}{(z-1)^2} \\ zg(z) + z + f(z) = \frac{z}{z-1} \end{cases}$
Soluzione $f(z)$, $g(z)$ della ricorrenza	$f(z) = \frac{(z^3 - z^2 - z + 2)z}{(z+1)(z-1)^3}$ $g(z) = -\frac{z(-2z^2 + 2 + z^3)}{(z+1)(z-1)^3}$
Soluzione $f(n)$, $g(n)$ della ricorrenza	$f(k) = \frac{9}{8} + \frac{k^2}{4} - \frac{k}{2} + \frac{1}{8} (-1)^{k+1}$ $g(k) = -\frac{7}{8} - \frac{k^2}{4} + k + \frac{1}{8} (-1)^{k+1},$